Asociación Matemática Venezolana
Escuela Venezolana de Matemáticas

XXIX Escuela Venezolana de Matemáticas
Escuela de Matemática de América Latina y El Caribe - Venezuela 2016
Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes
Mérida, 4 al 9 de septiembre de 2016

- **Organización.**

COMITÉ CIENTÍFICO
Carlos Di Prisco, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Cristina Lizana, Universidad de Los Andes.
Pedro Berrizbeitia, Universidad Simón Bolívar.
Stefania Marcantognini, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.

COMITÉ ORGANIZADOR
Oswaldo Araujo, Universidad de Los Andes.
Stella Brassesco (Coordinadora), Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Carlos Di Prisco, Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Neptalí Romero, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado.
Bladismir Ruíz, Universidad de Los Andes.
Carmen Judith Vanegas, Universidad Simón Bolívar.

- **Cursos para la XXIX EVM y Emalca – Venezuela 2016**

CURSO I
Métodos variacionales en dinámica lagrangiana: una invitación al problema de N cuerpos.
Ezequiel Maderna (Universidad de La República, Uruguay).

MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS:
El curso propuesto tratará sobre los últimos avances en el estudio del problema clásico de N cuerpos mediante la utilización de métodos variacionales. Es sabido que un importantísimo avance en el tema fue obtenido en la última década, al ser establecido el teorema atribuido esencialmente a C. Marchal. Este teorema asegura que las extremales minimizantes de ciertos problemas gravitacionales (incluyendo el clásico newtoniano) evitan las colisiones, y permitió la obtención de nuevas órbitas periódicas explícitas, lo cual no sucedía desde los trabajos de Lagrange a fines del siglo XVIII. Las órbitas coreográficas como la de la figura del ocho obtenida por Chenciner y Montgomery (Annals of Math. 2000), o la órbita retrógrada de Chen (Annals of Math. 2008) son ejemplos emblemáticos de la aplicación moderna de esta técnica. Además de recordar la

conocida complejidad del problema de tres cuerpos, estas trayectorias y muchas otras obtenidas por esta nueva vía gozan de una gran virtud y es que han sido calculadas numéricamente en casi todos los casos con gran precisión. Esto permite ilustrar el curso que propongo con un enorme gama de animaciones, todas con una peculiar estética que rompe con el esquema profundamente arraigado de un sistema de órbitas keplerianas esencialmente desacopladas. Al menos la cuarta parte del curso será dedicada a la demostración completa del teorema o principio de Marchal, lo cual hará del texto para el curso una primer referencia didáctica a nivel mundial para este importante teorema: hasta ahora el mismo sólo figura demostrado en un cúmulo de artículos en los cuales los autores lo formulan con notaciones diferentes y adaptados a las necesidades específicas de los mismos. Por otra parte, el curso pretende presentar un panorama global del problema de N cuerpos a lo largo de la historia, resaltando el rol que ha cumplido el mismo en el desarrollo de algunos de los principales métodos de la física matemática, proporcionando al estudiante una formulación matemática precisa de algunos de ellos en un marco más general.

El curso no tiene prerequisitos avanzados; los conocimientos requeridos son todos usuales en el plan de estudio de una licenciatura en matemática. No obstante citamos algunos de ellos, y eventualmente se podrían adaptar en función del público al cual se pretenda dirigir.
Ecuaciones diferenciales: Resultados fundamentales de la teoría general de las ecuaciones diferenciales ordinarias (existencia, unicidad, regularidad de las soluciones, soluciones maximales).
Geometría y cálculo diferencial: Rudimentos sobre estructuras diferenciables en variedades, en particular con la nociones de fibrado tangente y cotangente. Cálculo vectorial en espacios euclideos, teorema de Gauss.
Topología y Análisis Funcional: Funciones absolutamente continuas, desigualdad de Cauchy-Schwarz en espacios de Hilbert, espacio L_2, teorema de Arzela-Ascoli.
Mecánica clásica: Leyes de Newton, centro de masa, momento de inercia respecto a un punto. (no se requiere formación en mecánica analítica).

<u>CONTENIDO:</u> El curso constará de 5 clases de dos horas académicas en la mañana, destinadas a la exposición del programa que detallamos, y otras 4 clases de misma duración en la tarde destinadas cada una a la resolución de listas de ejercicios, ordenados temáticamente de forma complementaria con las clases de la mañana. A continuación describimos a grandes rasgos los contenidos de las sesiones Teóricas (T) y Prácticas (P).

- T1 Introducción. Formulación de las ecuaciones del problema de N cuepos. Potencial Newtoniano y potenciales homogéneos. Producto interno de las masas. Cantidades conservadas. Singularidades: Colisiones y pseudocolisiones. Equilibrios relativos, soluciones de Euler y de Lagrange. Teorema del virial. Orbitas acotadas y órbitas periódicas. Problemas abiertos

- P1 Resolución del problema de Kepler en el plano. Problemas de N-centros.

- T2 Formulación lagrangiana. Deducción de las ecuaciones de Euler-Lagrange para lagrangianos convexos. Dualidad convexa, ecuaciones de Hamilton. Flujos geodésicos y métricas de Jacobi para los niveles de energía.

P2 Configuraciones centrales, de Moulton y mínimas. Movimientos homográficos y movimientos de equilibrio relativo.

T3 Enunciado del Teorema de Marchal. Demostración (1era parte). Animaciones numéricas.

T4 Demostración del teorema de Marchal (final). Orbitas coreográficas.

P3 Trabajo dirigido: construcción de la órbita de Chenciner Montgomery.

T5 Evolución final según Chazy, Marchal, Saari, Pollard. Survey de los desarrollos del siglo XX sobre las posibles evoluciones finales de una trayectoria definida para todo tiempo futuro.

P4 Trabajo dirigido: 1) utilización del teorema de Marchal para obtener abundancia de órbitas completamente parabólicas. 2) utilización del teorema de Marchal para probar la inexistencia de minimizantes globales completas.

Bibliografía:

1. *Classical and Celestial Mechanics: The Recife Lectures.* Edited by H.Cabral and F. Diacu, Princeton University Press (2002).

2. *Notes on Dynamical Systems*, by J. Moser and E. Zehnder, AMS Courant Lecture Notes No. 12 (2005).

3. C. Marchal. *How the method of minimization of action avoids singularities*, Celestial Mech. Dynam. Astronomy 83 (2002), 325-353.

Curso II

Procesos de Markov ocultos.

Lisandro Fermín (Universidad de Valparaiso, Chile), Ricardo Ríos (Universidad Central de Venezuela), Luis Ángel Rodríguez (Universidad de Carabobo, Venezuela)

Motivación y Objetivos:

Lo que llamamos procesos de Markov ocultos resume una clase de procesos estocásticos que introducen la idea de utilizar variables no observadas en el tramiento de series de temporales que modelan una amplia variedad de procesos encontrados en el mundo real. La suposición de que la estructura de dependencia este relacionada a la construcción de un proceso de Markov parcialmente observado permite el uso de procedimientos computacionales muy eficientes.

Nuestro objetivo será introducir algunas técnicas estadísticas para este tipo de procesos y sus aplicaciones a series de tiempo. Introduciremos desde los procesos de Markov ocultos discretos hasta procesos autorregresivos controlados por cadenas de Markov. En particular estudiaremos su estimación por máxima verosimilitud, estudio del algoritmo EM y alguna de sus variantes para estos procesos. Por último en el caso de procesos autorregresivos no lineales estudiamos su estimación por el método de núcleos de convolución.

Para el curso utilizaremos una serie de rutinas escritas por nosotros en el programa Matlab y las cuales, es de hacer notar, se pueden modificar ligeramente para ser utilizadas en el programa de distribución libre Octave. Además completamos nuestras rutinas con el programa Metocean Time Series para Matlab escrito por V. Monbet, M. Prevosto, P. Ailliot, P.F. Marteau.

Se espera que los participantes posean conocimientos de Probabilidad a un nivel intermedio y de Estadística inferencial.

CONTENIDO:

1. Series Temporales. Definición de serie de temporal. Tendencia y factores estacionarios. Metodología de Box-Jenkins.

2. Procesos de Markov a tiempo discreto. Núcleos de Markov. Definición de Procesos de Markov. Procesos de Markov ocultos. Propiedades básicas. Algunas nociones de convergencia

3. Estimación por máxima verosimilitud. Función de verosimilitud. Algoritmos EM, SAEM. Propiedades asintóticas del estimador de máxima verosimilitud.

4. Estimación no paramétrica para procesos de Markov ocultos no lineales. Estimadores tipo Nadaraya-Watson. Algoritmo de Robinns-Monro. Propiedades asintóticas de los estimadores no paramétricos.

BIBLIOGRAFÍA:

1. R. Azencott, D. Dacunha-Castelle (1986) Series of Irregular Observations. Springer-Verlag.
2. M. Duflo (1997) Random Iterative Models Springer-Verlag.
3. I. MacDonald and W. Zucchini (1997) Hidden Markov and Other Models for Discrete-valued Time Series. Chapman & Hall.
4. O. Cappe, E. Moulines and T. Rydén (2005) Inference in hidden Markov models. Springer Verlag.
5. L. Fermín, R. Ríos and L. A. Rodríguez(2015) A Robbins Monro algorithm for nonparametric estimation of NAR process with Markov-Switching: consistency. Sometido a Journal Time Series Analysis. Disponible: arXiv:1407.3747v6.
6. L. Fermín, R. Ríos and L. A. Rodríguez(2015) A Robbins Monro algorithm for nonparametric estimation of NAR process with Markov-Switching: Normality. En preparación.
7. V. Monbet, P. Ailliot, M. Prevosto, P. Marteau *Metocean Time Series*. Disponible: http://perso.univrennes1.fr/valerie.monbet/recherche.html.
8. R. Ríos and L. A. Rodríguez (2008) *Penalized estimate of the number of states in Gaussian linear AR with Markov regime*. Electronic Journal of Statistics. Vol. 2, 1111-1128.
9. R. Ríos and L. A. Rodríguez (2008) *Estimación semiparamétrica en procesos autorregresivos con régimen de Markov*. Divulgaciones Matemáticas. 16 (1), 155-171.

Curso III

Propiedades Espectrales y Teoremas de Perturbación.

Carlos Carpintero y Margot Salas-Brown (Universidad de Oriente, Venezuela).

Motivación y Objetivos:

El principal objetivo del curso será estudiar resultados recientes relativos a propiedades espectrales y teoremas de perturbación para operadores de Fredholm y semi-Fredholm. Proporcionar al participante herramientas fundamentales que le permitan introducirse en los temas a objeto de estudio, lo más rápido posible, y plantearle además ciertas situaciones que pueden continuarse abordando con miras a futuras investigaciones.

Se expondrán resultados de las investigaciones que hemos venido desarrollando en estos últimos años en el área de teoría de operadores y teoría espectral. Se espera que los participantes posean conocimientos de análisis funcional.

Contenido:

1. **Preliminares.** Definiciones básicas. Funciones analíticas a valores en un espacio de Banach. Teoremas fundamentales.

2. **Operadores de semi-Fredholm y algunas de sus subclases.** Operadores semi-Fredholm. Operadores semi-Browder o de Riesz. Operadores semi-Weyl. Generalizaciones en el sentido de Berkani.

3. **Teoremas tipo Browder y Teoremas tipo Weyl.** Teorema de Weyl. Teorema de Browder. Variantes y generalizaciones en el sentido clásico. Variantes y generalizaciones en el sentido de Berkani.

4. **Algunos resultados recientes.** Sobre restricciones y extensiones de un operador. Propiedades espectrales, restricciones y extensiones. Conclusiones y recomendaciones.

5. **Operadores asociados a la teoría de perturbación.** Operadores estrictamente singulares y estrictamente cosingulares. Operadores inesenciales e improyectivos. El problema de la clase de perturbación.

6. **Soluciones positivas al problema de la clase de perturbación.** Espacios subproyectivos y superproyectivos. Espacio de las funciones continuas. Espacios L_p. Espacios fuertemente subproyectivos y fuertemente superproyectivos. Otras soluciones.

Bibliografía:

1. C. Carpintero, D. Muñoz, E. Rosas, O. García and J. Sanabria, *Weyl type theorems and restrictions for bounded linear operators*, Extractha Mathematicae. 28(1) (2013), 127-139.

2. C. Carpintero, D. Muñoz, E. Rosas, O. García and J. Sanabria, *Weyl type theorems and restrictions*, Mediterr. J. Math. 11(4) (2014),1215- 1228.

3. C. Carpintero, E. Rosas, J. Rodríguez, D. Muñoz y K. Alcalá. *Spectral Properties and Restrictions of Bounded Linear Operators.* Annals of Functional Analisys. 6(2) (2015), 173-183.

4. M. González, A. Martínez-Abejón and M. Salas-Brown, *Perturbation classes for semi-Fredholm operators on subprojective and superprojective spaces*, Ann. Acad. Sc. Fenn. Math. 36 (2011), 481-491

5. M. González and M. Salas-Brown, *Perturbation classes for semi-Fredholm operators on $L_p(\mu)$-spaces*, J. Math. Anal. Appl. 370 (2010), 11-17.

6. M. González, J. Pello and M. Salas-Brown. *Perturbation classes of semi-Fredholm operators in Banach lattices.* J. Math. Anal. Appl, 420 (2014), 792–800

Curso IV

Curso introductorio sobre inclusiones diferenciales.

Vinicios Ríos (Universidad del Zulia, Venezuela).

Motivación y Objetivos:

La teoría de las inclusiones diferenciales se origina no solamente por la intensión natural de generalizar conceptos y métodos provistos en la teoría de ecuaciones diferenciales, sino también como un recurso no menos natural para estudiar rigurosamente un espectro más amplio de aplicaciones. La teoría de las inclusiones diferenciales nace a mediados de la decada de los años 30, con los trabajos de Marchaud [13, 14] y Zaremba [21, 22] en los cuales se consideran por primera vez preguntas asociadas a la existencia de sus soluciones, además de algunos aspectos vinculantes a las propiedades de su conjunto de soluciones. La visión de Filippov de interpretar un concepto conveniente de solución para ecuaciones diferenciales con campo discontinuo como solución de ciertas inclusiones diferenciales [9, 10, 11], brindó el impulso inicial a la nueva teoría. Sin embargo, la atención más remarcable hacia el objeto de estudio se hizo prominente a la luz del establecimiento del Lema de Filippov [8]; un resultado central que revela la conexión natural entre la teoría de inclusiones diferenciales y la teoría de sistemas de control.

A lo largo de su proceso de maduración, la teoría de las inclusiones diferenciales no solo ha logrado disertar satisfactoriamente sobre cada uno de los tópicos abarcados en la teoría clásica de las ecuaciones diferenciales, sino que además ha desarrollado estudios sistemáticos para otras áreas importantes, tales como la de los sistemas dinámicos generalizados, la teoría de juegos diferenciales, ecuaciones diferenciales discontinuas, sistemas de control, economía dinámica y para un número adicional de campos.

El objetivo fundamental del curso es el de brindar una exposición rigurosa sobre los conceptos y métodos básicos de la teoría de existencia de soluciones para inclusiones diferenciales, así como presentar una muestra del potencial de aplicabilidad que poseen las inclusiones diferenciales dentro de la teoría de controles óptimos y la estabilidad de sistemas multivaluados. Para lograr una mayor claridad en la exposición, la diseminación de los contenidos se realizará dentro del contexto de los sistemas autónomos sobre espacios de dimensión finita. La disgresión de una sección preliminar sobre multifunciones con valores en $\mathbb{R}^n$ es esencial al respecto.

El curso está orientado a estudiantes del último año de la carrera en matemáticas y a estudiantes de postgrado en matemáticas o áreas afines que estén familiarizados con los conceptos de la teoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias y con el manejo de las herramientas del análisis real.

CONTENIDO:

1. **Multifunciones.** Definiciones básicas y notación. Semicontinuidad de multifunciones. Teorema de selección de Michael. Teorema de la selección mínima. Continuidad Lipschitz de multifunciones. Teorema de la selección baricéntrica. Aproximación vía multifunciones Lipschitz. Teorema de punto fijo de Kakutani. Multifunciones disipativas. Aproximación de Yosida.

2. **Inclusiones diferenciales.** Enunciado del paradigma. Ejemplos. Hipótesis estructurales. Existencia de soluciones. Propiedades del conjunto solución.

3. **Optimalidad y Estabilidad.** El problema de Mayer. Existencia de soluciones para el problema de Mayer. Problemas de control óptimo. Lema de Filippov. Existencia de soluciones para problemas de control óptimo. Estabilidad y estabilidad asintótica de equilibrios. Funciones de Lyapunov y derivadas de Dini. Método directo de Lyapunov.

BIBLIOGRAFÍA:

1. Aubin, J.-P. and Cellina, A., Differential Inclusions, Springer, Berlin-Heidelberg, 1984.

2. Bothe, D., *Multivalued differential equations on graphs and applications*, Ph.D. Thesis, Paderborn, 1992.

3. Clarke, F., Optimization and nonsmooth analysis, Classics in Applied Mathematics, Vol. 5, SIAM, Philadelphia, 1990.

4. Clarke, F., Ledyaev, Yu., Stern, R. and Wolenski, P., Nonsmooth Analysis and Control Theory, Springer, New York, 1998.

5. Deimling, K., Multivalued Differential Equations, De Gruyter, Berlin, 1992.

6. Deimling, K. and Szilágyi, P., *Periodic solutions of dry friction problems*, Z. Angew. Math. Phys., 45 1994, no. 1, pp. 53-60.

7. Donchev, T., Ríos, V. and Wolenski, P., *Strong invariance and one-sided Lipschitz multifunctions*, Nonlinear Analysis: TM & A, 60, 2005, pp. 849-862.

8. Filippov, A. F., *On some questions of optimal control theory*, Vestn. Mosk. Unta. Ser. 1., Matem., Mehanika, 2, 1959, 25-32 (in Russian).

9. Filippov, A. F., *Differential equations with discontinuous right hand side*, Mat. Sbornik, 51, 1960, 99-128 (in Russian).

10. Filippov, A. F., *Differential equations with multi-valued discontinuous right hand side,* Dokl. AN SSSR, 151, 1963, 65-68 (in Russian).

11. Filippov, A. F., Differential equations with discontinuous right hand side, Nauka, Moscow, 1985 (in Russian).

12. Kunze, M., Non-smooth dynamical systems, Springer, Berling, 2000.

13. Marchaud, A., *Sur le champs de demi-cones et equations differentielles du premier ordre*, Bull. Soc. Math. France, 62, 1934, 1-38.

14. Marchaud, A., *Sur le champs continus de demi-cones convexes et leur integrales*, Compositio Math., 3, 1936, 89-127.

15. Ortiz-Robinson, N. and Ríos, V., *Forward Euler solutions and weakly invariant time-delayed systems*, Abstract and Applied Analysis, Vol. 2012, Article ID 481853.

16. Ríos, V., *Dissipative Lipschitz dynamics*, ProQuest Information and Learning Company, UMI 3167150, Louisiana State University and Agricultural & Mechanical College, 2005, 105 pages; AAT 3167150.

17. Ríos, V. and Wolenski, P., *Proximal characterization of the reachable set for a discontinuous differential inclusion*, Ser. Adv. Math. App. Sci., Worldscientic, Vol. 76, 2008, pp. 270-279.

18. Smirnov, G., Introduction to the theory of differential inclusions, Graduate Studies in Mathematics, Vol. 41, AMS, Providence, Rhode Island, 2002.

19. Tolstonogov A., Differential Inclusions in a Banach Space, Kluwer, Dordrecht, 2000.

20. Vinter, R., Optimal control, Birkhäuser, Boston, 2000.

21. Zaremba, S. C., *Sur une extension de la notion d'equation diferentielle*, C. R. Acad. Sci., Paris, 199, 1934.

22. Zaremba, S. C., *Sur les equations an paratingent*, Bull. Sci. Math., 60, 1936, 139-160.

- **Conferencia inaugural**

Preferencias en Lógica, Decisión e Inteligencia Artificial
Ramón Pino, Universidad de Los Andes, Venezuela.
Resumen:
Las relaciones de preferencias juegan un papel central en varios dominios aparentemente alejados tales como las Lógicas no monótonas, la Teoría de Elección Social y la Dinámica del conocimiento en Inteligencia Artificial. Veremos cómo ciertas propiedades de racionalidad en esas áreas bien diferenciadas conducen a teoremas de representación a través de relaciones de preferencia que permiten conectar estrechamente esas áreas que, en principio, parecen muy alejadas y sin conexiones.

- **Participantes**

Se esperán, como de costumbre, participantes de diferentes regiones del país y algunos participantes de países vecinos. En la recién concluida edición participaron un poco más de 100 personas, número en el rango promedio. Hasta el 2015 se han dictado un total de 115 cursos, muchos de los libros que soportan esos cursos están digitalizados y disponibles en el sitio web `http://cea.ivic.gob.ve/evm`

- **Financiamiento**

El financiamiento de la Escuela Venezolana de Matemáticas se obtiene de diversas fuentes: Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas (Centro de Estudios Avanzados, Departamento de Matemáticas y Ediciones IVIC), Universidad de Los Andes (Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Consejo de Desarrollo Científico Humanístico, Tecnológico y de las Artes, Vicerrectorado Administrativo, CODEPRE, Comisión de Estudios de Postgrado y Postgrado de Matemáticas), Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales de Venezuela, Banco Central de Venezuela, Fondo Nacional para la Ciencia, Tecnología e Innovación y Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées (CIMPA).

- **Alojamiento**

La ciudad de Mérida, sede de la escuela, ofrece importante infraestructura de alojamiento: diversidad de posadas económicas y buena oferta de alquiler semanal de apartamentos amoblados (opción muy empleada por los estudiantes para abaratar costos de alojamiento y alimentación).

- **Responsables ante Comisión de las Emalcas y CIMPA**

Stella Brassesco y Carlos Di Prisco.